

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Alunos Externos e Autopropostos — alunos que obtiveram aprovação
no ano de 1999/2000 no programa «antigo» do 12.º ano

Duração da prova: 120 minutos
2001

1.ª FASE
2.ª CHAMADA
VERSÃO 1

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

VERSÃO 1

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação de todo o GRUPO I.

V.S.F.F.

135.V1/1

A prova é constituída por dois Grupos, I e II.

- O Grupo I inclui nove questões de escolha múltipla.
- O Grupo II inclui quatro questões de resposta aberta, subdivididas em alíneas, num total de dez.

Grupo I

- As nove questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Seja h a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + e^x & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ 3x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Relativamente à continuidade da função h , no ponto 0 , qual das afirmações seguintes é verdadeira?

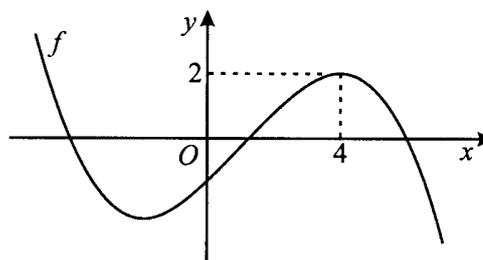
- (A) É contínua
- (B) É contínua à esquerda e descontínua à direita
- (C) É contínua à direita e descontínua à esquerda
- (D) É descontínua à esquerda e à direita

2. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f , polinomial do terceiro grau.

2 é um máximo relativo da função f .

Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = f(x) - 2$

Quantos são os zeros da função g ?



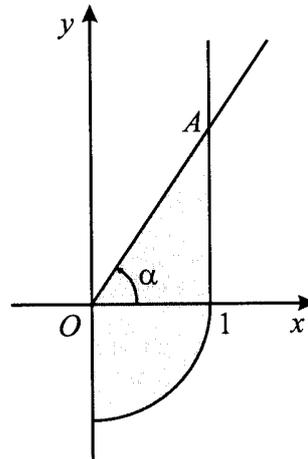
- (A) um
- (B) dois
- (C) três
- (D) quatro

V.S.F.F.

135.V1/3

3. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

- um quarto de círculo, de centro na origem e raio 1
- uma semi-recta paralela ao eixo Oy , com origem no ponto $(1,0)$
- um ponto A pertencente a esta semi-recta
- um ângulo de amplitude α , cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semi-recta $\dot{O}A$



Qual das expressões seguintes dá a área da região sombreada, em função de α ?

(A) $\frac{\pi}{4} + \frac{\text{tg } \alpha}{2}$

(B) $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{\text{tg } \alpha}$

(C) $\pi + \frac{\text{tg } \alpha}{2}$

(D) $\pi + \frac{2}{\text{tg } \alpha}$

4. Considere as funções f e g , de domínio \mathbb{R} , definidas por

$$f(x) = 2^x \quad \text{e} \quad g(x) = 3^x$$

Qual é o conjunto solução da inequação $f(x) > g(x)$?

(A) Conjunto vazio

(B) \mathbb{R}^-

(C) \mathbb{R}^+

(D) \mathbb{R}

5. Os focos de uma hipérbole coincidem com os focos de uma elipse.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) Os vértices da hipérbole coincidem com dois dos vértices da elipse

(B) Os vértices da hipérbole pertencem ao eixo menor da elipse

(C) Os vértices da hipérbole pertencem ao eixo maior da elipse

(D) Os vértices da hipérbole pertencem ao exterior da elipse

6. Para um certo número real k , as rectas r e s , definidas, em referencial o.n. $Oxyz$, pelas condições

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{3} \qquad s : \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-k}{3}$$

são **coincidentes**. Qual é o valor de k ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. Considere, em referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica centrada na origem do referencial e cuja intersecção com o plano de equação $z = 3$ é uma circunferência de perímetro 8π .

Qual das seguintes é uma equação desta superfície esférica?

- (A) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ (B) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$
(C) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ (D) $x^2 + y^2 + z^2 = 36$

8. A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é 21. Qual é a soma dos três primeiros elementos dessa linha?

- (A) 121 (B) 151 (C) 181 (D) 211

9. Num curso superior existem dez disciplinas de índole literária, das quais três são de literatura contemporânea.

Um estudante pretende inscrever-se em seis disciplinas desse curso.

Quantas escolhas pode ele fazer se tiver de se inscrever em, pelo menos, duas disciplinas de literatura contemporânea?

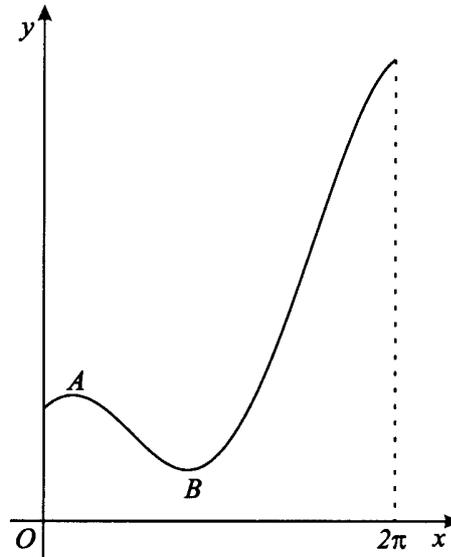
- (A) ${}^3C_2 + {}^7C_4 \times {}^7C_3$ (B) ${}^3C_2 + {}^7C_4 + {}^7C_3$
(C) ${}^3C_2 \times {}^7C_4 \times {}^7C_3$ (D) ${}^3C_2 \times {}^7C_4 + {}^7C_3$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Na figura está representado o gráfico da função f , de domínio $[0, 2\pi]$, definida por $f(x) = x + 2 \cos x$



A e B são pontos do gráfico cujas ordenadas são extremos relativos de f

Sem recorrer à calculadora, resolva as três alíneas seguintes.

- 1.1. Mostre que a ordenada do ponto A é $\frac{\pi + 6\sqrt{3}}{6}$ e que a do ponto B é $\frac{5\pi - 6\sqrt{3}}{6}$.

- 1.2. Qual é o contradomínio de f ?

- 1.3. Considere agora a função g , extensão de f , definida, em \mathbb{R} , por $g(x) = x + 2 \cos x$

Seja S a região do plano xOy compreendida entre as rectas de equações $y = x - 2$ e $y = x + 2$ (incluindo a fronteira).

Mostre que o gráfico de g está contido em S .

2. Considere que a altura A (em metros) de uma criança do sexo masculino pode ser expressa, aproximadamente, em função do seu peso p (em quilogramas), por

$$A(p) = -0,52 + 0,55 \ln(p) \quad (\ln \text{ designa logaritmo de base } e)$$

Recorrendo a métodos analíticos e utilizando a calculadora para efectuar cálculos numéricos, resolva as duas alíneas seguintes.

- 2.1. O Ricardo tem $1,4 \text{ m}$ de altura. Admitindo que a altura e o peso do Ricardo estão de acordo com a igualdade referida, qual será o seu peso?

Apresente o resultado em quilogramas, arredondado às unidades.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

- 2.2. Verifique que, para qualquer valor de p , a diferença $A(2p) - A(p)$ é constante. Determine um valor aproximado dessa constante (com duas casas decimais) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

3. Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

- 3.1. Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as três mulheres, paga três bilhetes, e que um homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os três homens, paga outros três bilhetes.

Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os seis bilhetes? Apresente o resultado na forma de fracção.

- 3.2. Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as seis pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

V.S.F.F.

135.V1/7

4. Na figura está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular.

A base da pirâmide está contida no plano de equação $z = 4$.

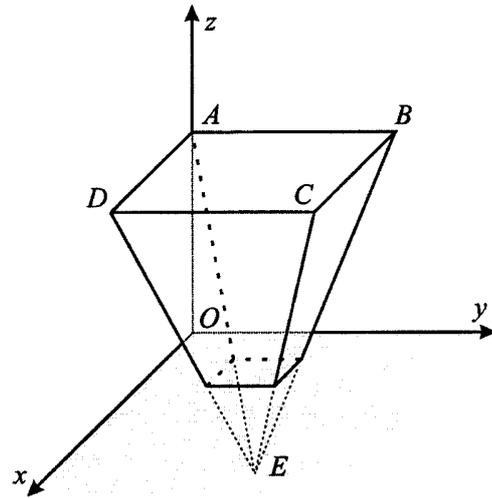
O vértice A pertence ao eixo Oz .

O vértice B pertence ao plano yOz .

O vértice D pertence ao plano xOz .

O vértice C tem coordenadas $(4, 4, 4)$.

A altura da pirâmide é 6.



- 4.1. Mostre que uma condição que define a recta DE é $x - 4 = -y = \frac{z-4}{3}$
- 4.2. Determine uma equação do plano que contém o ponto B e é perpendicular à recta DE .
- 4.3. Determine a área da secção produzida na pirâmide pelo plano xOy .

FIM

COTAÇÕES

Grupo I81

Cada resposta certa	+9
Cada resposta errada.....	- 3
Cada questão não respondida ou anulada	0

Nota:

Um total negativo neste grupo vale 0 (zero) pontos.

Grupo II119

1.	37
1.1.	13
1.2.	12
1.3.	12

2.	24
2.1.	12
2.2.	12

3.	22
3.1.	10
3.2.	12

4.	36
4.1.	12
4.2.	12
4.3.	12

TOTAL200