

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei nº 286/89, de 29 de Agosto)
 Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos
 Cursos das Escolas Secundárias Soares dos Reis e António Arroio

Duração da Prova: 90 min + 30 min de tolerância
 1997

Militares

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

-

I

Para cada uma das nove questões deste grupo, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

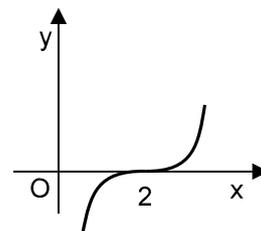
1. Certo tratamento médico consiste na aplicação, a um paciente, de uma determinada substância. Admita que a quantidade Q de substância que permanece no paciente, t horas após a aplicação, é dada, em miligramas, por $Q(t) = 250^{1-0,1t}$.

A quantidade de substância aplicada ao doente foi

- (A) 10 mg (B) 50 mg (C) 100 mg (D) 250 mg

2. Na figura junta está a representação gráfica de uma função f .

O eixo Ox é tangente à curva representativa do gráfico de f .



A representação gráfica de f' pode ser

- (A) (B) (C) (D)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\text{sen } x}$

(A) é 0

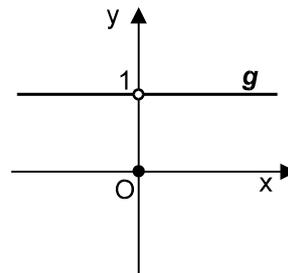
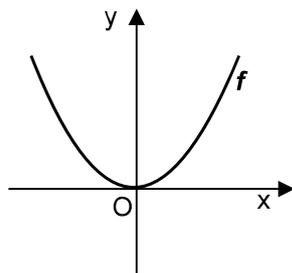
(B) é 1

(C) é $+\infty$

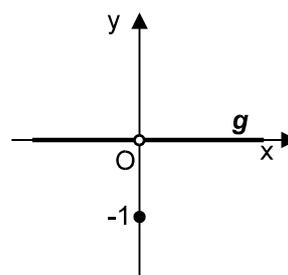
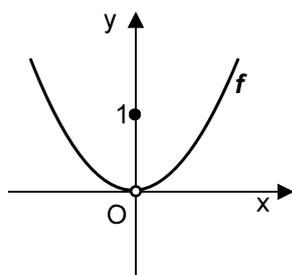
(D) não existe

4. Considere duas funções, f e g , definidas em \mathbb{R} .
 Nenhuma delas é contínua em \mathbb{R} , mas a sua soma, $f + g$, é contínua em \mathbb{R} .
 As representações gráficas de f e g podem ser

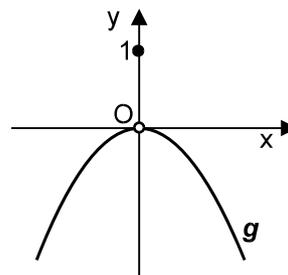
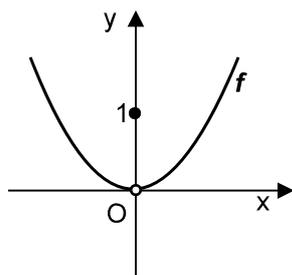
(A)



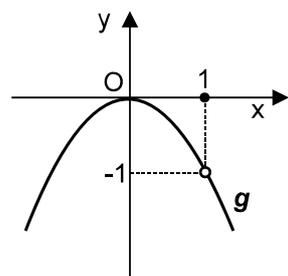
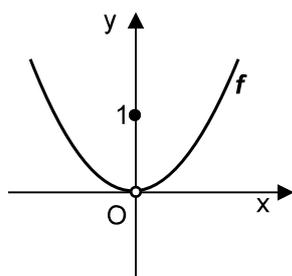
(B)



(C)



(D)



5. Num referencial o.n. $Oxyz$ uma esfera tem centro no ponto $C(2, 3, 4)$ e é tangente ao plano xOy . Uma condição que define a esfera é:

(A) $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4^2$ (B) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 2^2$
 (C) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 3^2$ (D) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 \leq 4^2$

6. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere a recta r de equação vectorial

$$(x, y, z) = (0, 1, 2) + k(3, 0, -1), k \in \mathbb{R}$$

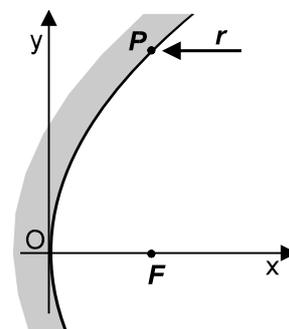
A recta r

- (A) é paralela ao plano xOy (B) é paralela ao plano xOz
 (C) é paralela ao plano yOz (D) não é paralela a nenhum dos planos coordenados

7. Efectuando um corte num espelho, obteve-se uma parábola como a representada na figura abaixo, em referencial o.n. xOy .

A parábola tem vértice na origem do referencial e foco em $F(3, 0)$.

Um raio luminoso r incide no espelho, paralelamente ao eixo Ox , no ponto $P(3, 6)$.



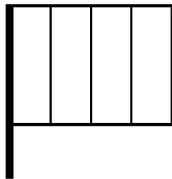
O raio reflectido está sobre a recta de equação

- (A) $y = 2x$ (B) $y = 3x - 2$ (C) $x = 3$ (D) $y = 6$

8. Considere uma caixa de doze aguarelas, sendo uma de cada cor, e também uma caixa de doze lápis de cera com as mesmas cores das referidas aguarelas. Retirou-se, ao acaso, uma aguarela e um lápis de cera. Qual a probabilidade de ter obtido uma aguarela e um lápis de cera da mesma cor?

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{24}$ (C) $\frac{1}{144}$ (D) $\frac{1}{12!}$

9. Um novo país, a Colorilândia, quer escolher a sua bandeira, que terá quatro tiras coloridas verticais.



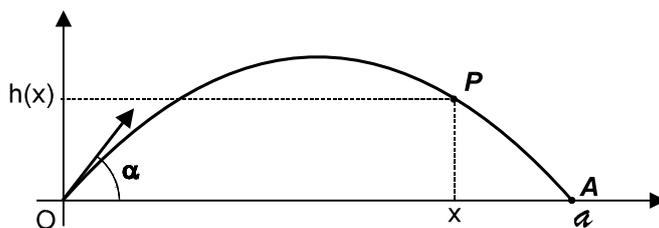
Estão disponíveis cinco cores diferentes. Como é óbvio, duas tiras vizinhas não podem ser da mesma cor.

Quantas bandeiras diferentes se podem fazer nestas condições?

- (A) 5×4^3 (B) $5 \times 4 \times 3 \times 2$ (C) 5^4 (D) 1

II

Um projectil é lançado segundo uma direcção que faz um ângulo α (chamado ângulo de arranque) com a horizontal, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, de acordo com a figura abaixo.



Para um certo valor da velocidade inicial, a equação da trajectória é

$$h(x) = -(1 + tg^2\alpha)x^2 + (tg\alpha)x, \quad x \text{ em quilómetros, } h(x) \text{ em quilómetros.}$$

O local do lançamento é aqui tomado como origem do referencial.

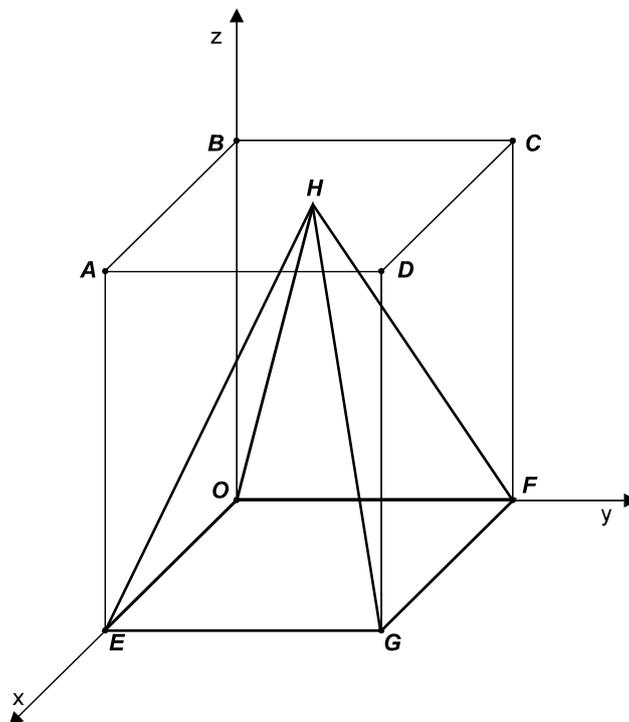
A abscissa a do ponto A é o alcance do projectil.

Considera-se, naturalmente, o intervalo $[0, a]$ como domínio da função h .

- Determine a altura máxima atingida pelo projectil quando o ângulo de arranque é $\frac{\pi}{3}$
- Mostre que o alcance do projectil é $\frac{1}{2} \text{sen}(2\alpha)$
- Mostre que valores complementares do ângulo de arranque (ou seja, α e $\frac{\pi}{2} - \alpha$) provocam a queda do projectil no mesmo local.
- Determine o ângulo de arranque de modo que o alcance seja máximo e calcule o valor desse alcance.

III

Na figura abaixo estão representados, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base $[OFGE]$ coincide com a do prisma e está assente no plano xOy . O vértice H da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.



1. Considerando, ao acaso, cinco dos nove vértices da figura representada, qual a probabilidade de que pelo menos quatro sejam da pirâmide?
2. O ponto G tem coordenadas $(4, 4, 0)$.
 - a) Sabendo que, na unidade considerada, o volume do prisma é igual a 96, mostre que H tem coordenadas $(2, 2, 6)$.
 - b) Escreva uma equação cartesiana do plano OEH .
 - c) Indique, justificando, uma equação vectorial da recta que é a intersecção do plano OEH com o plano ABC .
 - d) Determine, com aproximação à centésima da unidade, o raio da esfera cuja área é igual à área total do prisma.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

$$\text{Área da superfície esférica} = 4\pi r^2$$

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I.....81

Cada questão certa +9

Cada questão errada..... - 3

Cada questão não respondida ou anulada 0

GRUPO II54

a)14

b).....20

c).....10

d).....10

GRUPO III65

1..... 20

2..... 45

a)10

b).....13

c).....12

d).....10

TOTAL 200