PROVA N.º 135/7 Págs.

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei nº 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 120 minutos **Prova Modelo**
1998 **Prova 1**

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

–

Primeira Parte

Para cada uma das nove questões desta primeira parte, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos. Um total negativo nesta primeira parte da prova vale 0 pontos.

1. Considere a função f definida por $f(x) = ln\,(3x)$
(ln designa *logaritmo de base* ***e***).
Indique qual dos seguintes pontos pertence ao gráfico da função f :

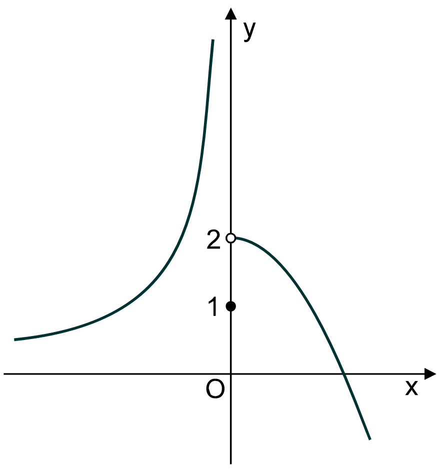
(A) $(e\,,\ ln\,3)$ **(B)** $(e\,,\,1 + ln\,3)$
(C) $(e\,,\,e + ln\,3)$ **(D)** $(e\,,\,e\ ln\,3)$

2.

Na figura está parte da representação gráfica de uma função g de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

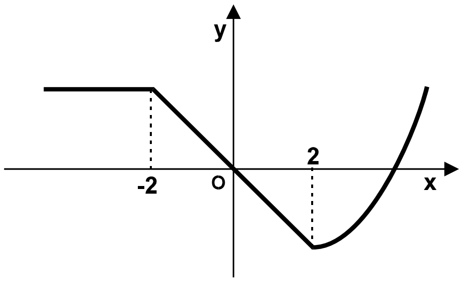
Considere a sucessão de termo geral
$u_n = \frac{1}{n}$

Indique o valor de $\lim\limits_{n \to +\infty} g\,(u_n)$.



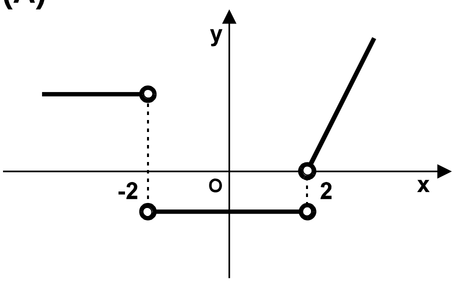
(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** $+\infty$

3. Se a representação gráfica de uma função h é

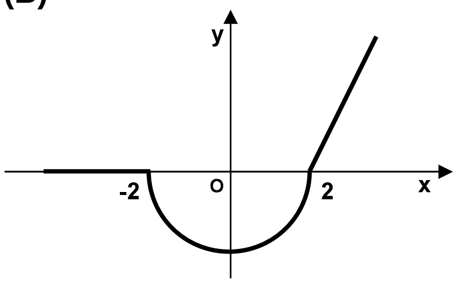


então a representação gráfica de h', derivada de h, pode ser:

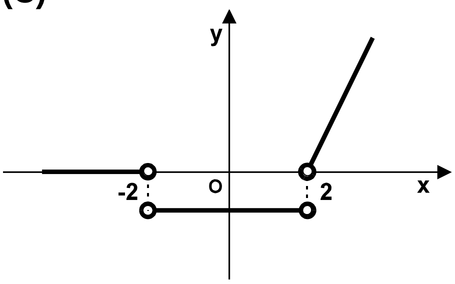
(A)



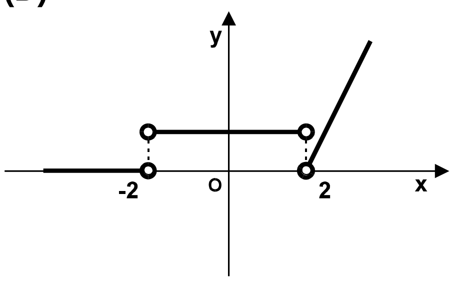
(B)



(C)



(D)



4. Numa certa localidade, o preço a pagar por mês pelo consumo de água é a soma das seguintes parcelas:

- 500 escudos pelo aluguer do contador;
- 200 escudos por cada metro cúbico de água consumido até 10 m^3 ;
- 400 escudos por cada metro cúbico de água consumido para além de 10 m^3.

Indique qual das funções seguintes traduz correctamente o preço a pagar, em escudos, em função do número x de metros cúbicos consumidos.

(A) $a(x) = \begin{cases} 700\,x, \; se \; x \leq 10 \\ 500 + 400\,x, \; se \; x > 10 \end{cases}$

(B) $b(x) = \begin{cases} 500 + 200\,x, \; se \; x \leq 10 \\ 500 + 400\,x\,, \; se \; x > 10 \end{cases}$

(C) $c(x) = \begin{cases} 500 + 200\,x, \; se \; x \leq 10 \\ 2500 + 400\,x, \; se \; x > 10 \end{cases}$

(D) $d(x) = \begin{cases} 500 + 200\,x, \; se \; x \leq 10 \\ 2500 + 400\,(x - 10), \; se \; x > 10 \end{cases}$

5. Num referencial o. n. xOy, uma elipse tem focos $F_1\ (2,0)$ e $F_2\ (6,0)$.
Um dos vértices da elipse é a origem O do referencial.
O comprimento do eixo maior da elipse é:

(A) 6 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 12

6. Num referencial o. n. $Oxyz$, o ponto de intersecção da recta $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ com o plano xOz tem coordenadas:

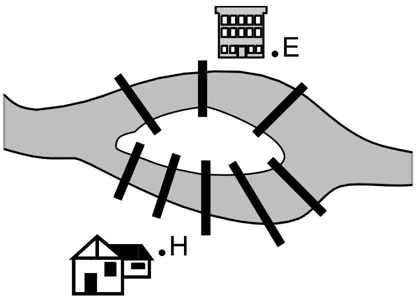
(A) $(-1,\ 2,\ 0)$ **(B)** $(1,\ 0,\ 2)$ **(C)** $(1,\ 0,\ 6)$ **(D)** $(3,\ 0,\ 6)$

7. Dois planos α e β são estritamente paralelos.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) Qualquer recta contida em α é paralela a qualquer recta contida em β.
(B) Há rectas contidas em α que intersectam β.
(C) Há rectas perpendiculares a α que não são perpendiculares a β.
(D) Dada uma recta contida em α, existem em β infinitas rectas que lhe são paralelas.

8. Na figura ao lado estão representados:
- o rio que atravessa certa localidade;
- uma ilha situada no leito desse rio;
- as oito pontes que ligam a ilha às margens.

H representa a habitação e E a escola de um jovem dessa localidade.



Para efectuar o percurso **de ida** (*casa-ilha-escola)* **e volta** (*escola-ilha-casa)*, o jovem pode seguir vários caminhos, que diferem uns dos outros pela sequência de pontes utilizadas.
Indique quantos caminhos diferentes pode o jovem seguir, num percurso **de ida e volta**, **sem passar duas vezes pela mesma ponte.**

(A) $5 \times 3 + 4 \times 2$ **(B)** $5 \times 4 \times 3 \times 2$ **(C)** $5 + 4 + 3 + 2$ **(D)** $5^2 \times 3^2$

9. Uma moeda equilibrada é lançada **dez vezes**.
A probabilidade do acontecimento "**a face escudo sai exactamente quatro vezes**" é:

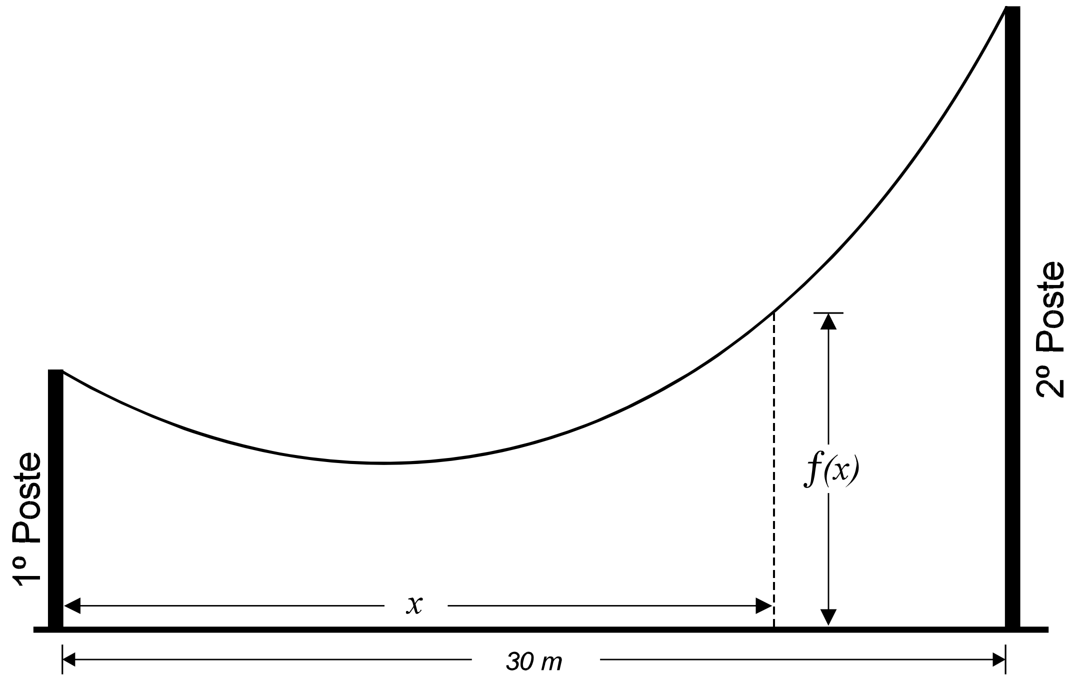
(A) ${}^{10}C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ **(B)** $\frac{4}{10}$

(C) $\frac{10}{2^4}$ **(D)** $\frac{4}{2^{10}}$

Segunda Parte

Nas questões desta segunda parte apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações que entender necessárias. Atenção: pode ser-lhe útil consultar o formulário apresentado no final da prova.

1. Um fio encontra-se suspenso entre dois postes. A distância entre ambos é de 30 metros.



Considere a função f definida por $f(x) = 5\left(e^{1-0,1x} + e^{0,1x-1}\right)$.

Admita que $f(x)$ é a distância ao solo, em metros, do ponto do fio situado x metros à direita do primeiro poste.

a) Determine a diferença de altura dos dois postes. Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às décimas.

Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

b) Recorrendo ao estudo da derivada da função f, determine a distância ao primeiro poste do ponto do fio mais próximo do solo.

2. Considere a função g **definida em** $[0, \pi]$ por $g(x) = sen\, x + sen\,(2x)$

a) Determine os zeros da função g .

b) Estude, quanto à existência de assímptotas, a função h definida em $[0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$ por $h(x) = \frac{g(x)}{cos\, x}$

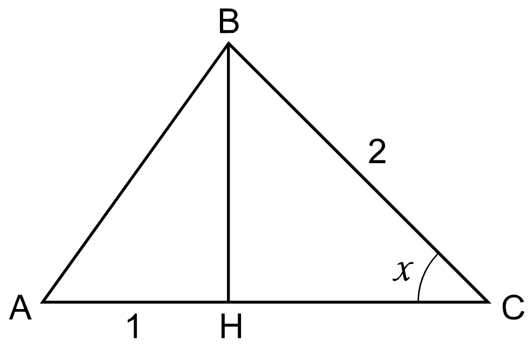
c) Mostre que, para qualquer $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, $g(x)$ é a área de um triângulo $[ABC]$, em que

x é a amplitude do ângulo BCA;

$\overline{BC} = 2$;

$[BH]$ é a altura relativa ao vértice B ;

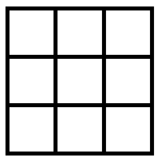
$\overline{AH} = 1.$



3.

Pretende-se colocar, sobre um tabuleiro situado à nossa frente, como o representado na figura, nove peças de igual tamanho e feitio, das quais quatro são brancas e cinco são pretas.

Cada casa do tabuleiro é ocupada por uma só peça.



a) Mostre que existem 126 maneiras diferentes de as peças ficarem colocadas no tabuleiro.

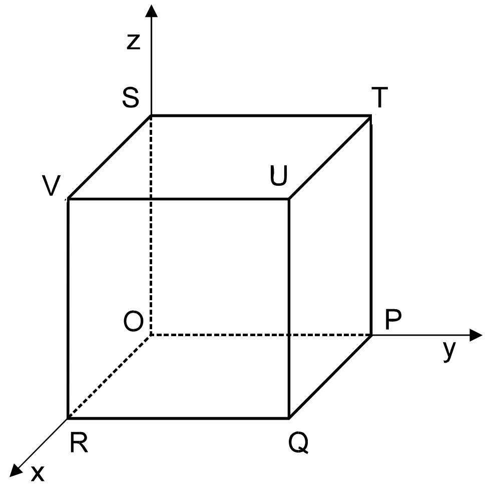
b) Supondo que as peças são colocadas ao acaso, determine a probabilidade de uma das diagonais ficar só com peças brancas.

4. Na figura está representado um cubo, em referencial o.n. $Oxyz$.

O vértice O coincide com a origem do referencial.

O vértice R pertence ao semieixo positivo Ox.
O vértice P pertence ao semieixo positivo Oy.
O vértice S pertence ao semieixo positivo Oz.

A abcissa de R é 2.



a) Determine uma equação cartesiana do plano PUV.

b) Mostre que o raio da superfície esférica que contém os oito vértices do cubo é $\sqrt{3}$ e determine uma equação dessa superfície esférica.

c) Calcule a área da região do plano PUV compreendida entre a secção determinada por esse plano, no cubo, e a secção determinada pelo mesmo plano, na superfície esférica referida na alínea anterior.

Formulário

$$sen\,(2x) \;=\; 2\,.\,sen\,x\,.\,cos\,x$$

$$cos\,(2x) \;=\; cos^2 x - sen^2 x$$

$$tg\,(2x) \;=\; \frac{2\ tg\,x}{1-tg^2\,x}$$

FIM

COTAÇÕES

Primeira Parte...**81**

Cada questão certa .... +9
Cada questão errada... - 3
Cada questão não respondida ou anulada 0

Nota: um total negativo nesta parte da prova vale 0 (zero) pontos.

Segunda Parte **119**

1 .... **22**
a) 10
b)..12

2 .... **33**
a) 12
b)..13
c)..8

3 .... **22**
a) 10
b)..12

4 .... **42**
a) 15
b)..15
c)..12

TOTAL **200**