mathniversity®
promovemos o teu sucesso na matemática

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO, 10º-11º, ou 11º-12º, MATEMÁTICA B (PROVA 735)

2008 - 2ª Fase

1.
1.1.
Coordenadas dos pontos:
A $\rightarrow$(0,0)
B $\rightarrow$(750, 0)
C $\rightarrow$(750,450)
D $\rightarrow$(900,450)
E $\rightarrow$(900,750)
F $\rightarrow$(500,750)

1.2.
Uma equação reduzida da recta é da forma:
$y = mx + b$, $m, b \in \Re$
Como a recta passa na origem do referencial a ordenada na origem é 0, donde b=0.
Ou seja, a recta pertence à família de rectas da forma $y = mx,\ m \in \Re$.
Sendo F $\rightarrow$(500,750) um ponto pertencente à recta, temos:

$750 = m \times 500 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$

A equação da recta é $y = \dfrac{3}{2}x$

2.
2.1.
A equação $P(x) = 1$ significa que o número de trutas é igual ao número total de peixes existentes no tanque, o que é impossível porque existem também 300 robalos.

2.2.
Se a proporção de trutas é 25% do total teremos que:

$P(x) = \dfrac{25}{100} \Leftrightarrow \dfrac{x}{300 + x} = \dfrac{25}{100}$

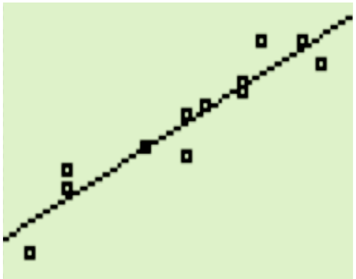
Donde resulta: $x \times 100 = (300 + x) \times 25 \Leftrightarrow 100x - 25x = 7500 \Leftrightarrow x = 100$

O número total de trutas a introduzir no tanque seria 100.

3.
3.1.
Número total de peixes no tanque: 300+200 = 500
Número de robalos: 300
Probabilidade de pescar um robalo = $\dfrac{300}{500}$ ou seja a probabilidade é de $\dfrac{3}{5}$

3.2.
Introduzindo nas listas da calculadora, em L1 (comprimento *a*) e em L2 (peso *p*) e, com o menu estatístico, pedindo a regressão linear de L1 e L2 obtém-se:
y=ax+b
a=1,71373556…
b=-129,055199…
com um coeficiente de correlação linear de 0,94270…

A nuvem de pontos correspondente às duas variáveis, obtida com a calculadora é a seguinte:



Assim, o valor pedido é 0,94, que representa uma correlação positiva muito forte significando que a recta de regressão se ajusta bem à nuvem de pontos, a qual traduz o facto de o peso e o comprimento aumentarem na mesma proporção.

4.
4.1.

θ	0º	90º	180º	270º	360º
h	7	12	7	2	7

$$sen(\theta)=\frac{\overline{PD}}{\overline{OP}} \Leftrightarrow sen(\theta)=\frac{\overline{PD}}{5} \Leftrightarrow \overline{PD}=5sen(\theta)$$

Como $0^{\circ}<\theta<90^{\circ}$ a distância à base do painel é dada por $\overline{OB}+\overline{PD}$.

Assim temos que: $h(\theta)=7+5sen(\theta)$.

4.2.

Se os raios das circunferências estão em progressão aritmética de razão 0,1 m os perímetros das mesmas estão em progressão aritmética de razão $0{,}1\times 2\pi=0{,}2\pi$.
Assim, a quantidade de fio para as 10 circunferências é dada pela soma dos 10 primeiros termos da sucessão dos perímetros: $P(n)=6\pi+0{,}2\pi(n-1)$.

$$S_{10}=\frac{P_1+P_{10}}{2}\times 10 \Leftrightarrow S_{10}=\frac{6\pi+6\pi+1{,}8\pi}{2}\times 10 \Leftrightarrow S_{10}\approx 216{,}77\ metros$$

O número de metros de fio necessário para executar o trabalho é de 216,77 metros.

5.

5.1.

Para fabricar 4 toneladas de FarX e 3 toneladas de FarY são necessários :

2×4 + 1×3 = 11 quilogramas de vitaminas
1×4 + 2×3 = 10 quilogramas de sabores
1×4 + 3×3 = 13 quilogramas de conservantes

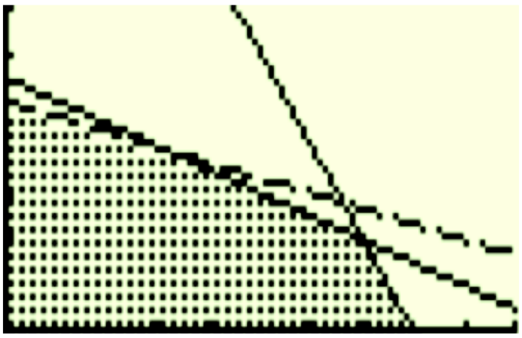
Como temos: 16 quilogramas de vitaminas, 11 quilogramas de sabores e 15 quilogramas de conservantes é possível fabricar, num só dia, as 4 toneladas de FarX e as 3 toneladas de FarY.

5.2.

Sendo x o número de toneladas de FarX e y o número de toneladas de FarY, tendo em consideração que as produções devem ser não negativas e as limitações impostas pelos componentes, temos as seguintes restrições:

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$2x + y \leq 16$$
$$x + 2y \leq 11$$
$$x + 3y \leq 15$$

Pretende-se maximizar a produção donde a função objectivo é: $F(x,y) = x + y$



Considerando a região admissível, representada na figura ao lado, obtida com a calculadora gráfica, concluímos que podemos produzir diariamente 7 toneladas de FarX e 2 toneladas de FarY.

6.

Como a massa de carbono é 0,96c temos que:

$0{,}96c = c \times e^{-0{,}000121t}$ que nos permite calcular a idade do papel.

$$0{,}96c = c \times e^{-0{,}000121t} \Leftrightarrow e^{-0{,}000121t} = 0{,}96 \Leftrightarrow -0{,}000121t = \ln(0{,}96) \Leftrightarrow t = 337{,}37 \ anos$$

A idade do papel é de aproximadamente 337 anos.

Assim, a data em que terá sido fabricado corresponde a 2008−337,37 =1670,63, o que significa que foi fabricado no ano de 1670.

Atendendo a que Leonardo da Vinci viveu entre 1456 e 1519 pode afirmar-se que o autor do manuscrito não poderá ter sido ele.